Anna Płońska

Matematyka na planszy w gimnazjum i liceum

Zestaw gier i zabaw matematycznych

Zasady grania

Opole 2015

Spis treści

Wstęp

Nie od dziś wiadomo, że matematyka uchodzi za przedmiot nielubiany w szkole przez większość uczniów. Traktowana jest jako dziedzina nieprzydatna w codziennym życiu, zło konieczne, przez które trzeba przejść, by zakończyć pewien etap edukacji pomyślnie zdanym egzaminem maturalnym. Ludzie z pierwszych stron gazet, politycy, artyści, dziennikarze, sportowcy przyznają się bez zażenowania do miernego poziomu wiedzy matematycznej i opowiadają publicznie o swoich nieprzyjemnych doświadczeniach z matematyką w szkole. Nawet Alfred Nobel, wyznaczając w testamencie dziedziny objęte słynną nagrodą jego imienia, pominął matematykę. Krążyły wówczas plotki, że uhonorował tylko te dziedziny, z którymi wiązał szybki i konkretny pożytek dla ludzkości. Do matematyki nie przywiązywał zbyt wielkiej wagi, uznając ją za cząstkę filozofii oraz religii. Matematykom na otarcie łez pozostał ustanowiony kilkadziesiąt lat po śmierci Nobla – Medal Fieldsa. Nie jest on jednak tak powszechnie znany i nie wiąże się z tak dużą korzyścią finansową jak Nagroda Nobla. To tylko nieliczne przykłady świadczące o powszechnym deprecjonowaniu wykształcenia matematycznego i matematyki jako dyscypliny naukowej.

Jak zmienić to powszechne przekonanie? Jak sprawić, by matematyka przestała się kojarzyć z nudnymi lekcjami i liczbami, czy nieprzydatnymi i niezrozumiałymi symbolami? Mam cichą nadzieję, że w tej książce znajdą Państwo, chociażby częściowo, odpowiedzi na nurtujące nas, nauczycieli, pytania. Liczę na to, że przedstawione tutaj propozycje gier dydaktycznych pomogą Państwu uatrakcyjnić lekcje matematyki oraz zajęcia dodatkowe rozwijające zainteresowania uczniów, jednocześnie będą inspiracją do tworzenia własnych, ciekawych środków dydaktycznych. Strategiczne gry planszowe przeżywają obecnie rozkwit i cieszą się dużą popularnością. Wykorzystanie papierowej planszy i kart na lekcjach matematyki może być alternatywą dla gier komputerowych i multimedialnych środków przekazu, którymi młody człowiek atakowany jest na co dzień Do pójścia w tym kierunku skłoniły mnie ukończone kilkanaście lat temu, na Uniwersytecie Gdańskim, podyplomowe studia z zakresu aktywizujących metod nauczania

Książka zawiera 22 propozycje gier dydaktycznych adresowanych przede wszystkim do uczniów szkół ponadgimnazjalnych. Odbiorcami kilku z nich są gimnazjaliści. Nie pominęłam też uczniów z klas matematycznych, chociaż mam świadomość, że w ich przypadku tego rodzaju innowacje należy wprowadzać bardzo ostrożnie.

Do każdej gry dołączyłam ogólne informacje na temat treści pojawiających się w poleceniach oraz krótki opis typu zadań i umiejętności, które są kształcone podczas rozgrywki. Omówiłam też dokładnie zasady obowiązujące graczy, jak również sposób przeliczania punktów i wyłaniania zwycięzcy. Starałam się tak konstruować gry, aby o ich wyniku nie decydował tylko przypadek – szczęście (albo z drugiej strony jego brak) w losowaniu lub przy rzucie kostką. Znaczący wpływ na wynik rozgrywki mają wiedza i umiejętności strategiczne ucznia. W każdej grze uczniowie są nie tylko uczestnikami, ale również wchodzą w skład jury. To właśnie oni kontrolują przebieg rozgrywki, chociaż rola nauczyciela jest niezwykle ważna, oraz oceniają prawidłowość wykonania zadań przez innych uczestników gry. Warto wziąć to pod uwagę przy podziale klasy na grupy. W każdej z nich powinien znaleźć się lider będący w stanie sprostać temu zadaniu. Jest to jednocześnie dodatkowa korzyść płynąca z zastosowania tej metody na lekcji. Zadania i polecenia są tak dobrane, że nie wymagają od uczniów wykonywania skomplikowanych rachunków i operacji myślowych, większość można rozwiązać w pamięci. Prezentowane pomoce dają się w dowolny sposób modyfikować i dostosowywać do potrzeb lekcji. Wystarczy odpowiednio zredukować zestaw kart bądź uzupełnić go o własne pomysły.

W kilku grach posłużyłam się nawiązaniami do rywalizacji sportowej. Są one obecne w nazwach gier (*np. Mecz z Pitagorasem*, *Liczbobranie na bieżni*, *Liczby na korcie*, *Bieg do 2*π, *Wyścig z potęgami i logarytmami*) oraz w symbolice na planszach. Chciałam w ten sposób podkreślić możliwość przeniesienia zasad rywalizacji sportowej do innych dziedzin życia oraz wszechobecność matematyki w świecie sportu. Nie można zapominać o tym, że gry dydaktyczne wdrażają młodego człowieka do uczciwej rywalizacji w codziennym życiu.

Pomysł do niektórych gier zaczerpnęłam ze znanych gier mających już swoją historię i tradycje (*Domino*) oraz prostych, ale popularnych gier karcianych dla dzieci (*Wojna*, *Piotruś*). Zasady starałam się zmodyfikować w taki sposób, aby wprowadzić element strategiczny i ograniczyć czynnik loteryjności.

Gry prezentowane w tej książce wykorzystują wiadomości z różnych działów matematyki oraz zróżnicowane umiejętności matematyczne. Przeważająca ich część dotyczy funkcji, tak bardzo przez uczniów nielubianych. Są to: odczytywanie własności funkcji z wykresu, różne sposoby opisu funkcji, wykres i własności funkcji liniowej, funkcji kwadratowej, funkcji trygonometrycznych, oraz przekształcanie wykresu funkcji. Grający korzystają również z tak fundamentalnych zagadnień matematycznych, jak równania i nierówności różnego typu (*liniowe, kwadratowe, z wartością bezwzględną, trygonometryczne, logarytmiczne, wykładnicze i potęgowe*). Tematyka kilku gier dotyczy ciągów liczbowych, w tym arytmetycznych i geometrycznych, sposobu ich opisu oraz wyznaczania ich wyrazów. Wśród moich pomysłów nie zabrakło również gier, w których tematem wiodącym są potęgi i logarytmy. W kilku grach umieściłam podstawowe wiadomości z teorii liczb (*cechy podzielności, liczby pierwsze i liczby złożone*) oraz teorii zbiorów liczbowych. Wreszcie kilka propozycji poświęciłam geometrii, tej na płaszczyźnie i analitycznej. Z geometrycznych zagadnień pojawiają się: twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa, nierówność trójkąta, pola i obwody trójkątów i przekształcenia w układzie współrzędnych oraz równanie okręgu.

Myślę, że wszyscy „zmagający się” z matematyką w szkole (zarówno uczniowie, jak i często zniechęceni swoją bezsilnością nauczyciele) potrzebują słów Stanisława Brzozowskiego – polskiego filozofa, pisarza i publicysty z przełomu XIX i XX wieku: „Wy nie wiecie, co to jest matematyka! Wy myślicie: liczby, liczby! Nie! A ona śpiewa, gra jak kryształ. Cała dusza tonie w dźwięcznym przejrzystym kształcie”. Może poprzez uatrakcyjnienie form przekazu na lekcji przemówimy do uczniów tymi słowami? Może w ten sposób sprawimy, że będą oni aktywnymi uczestnikami procesu nauczania, a nie tylko biernymi jego odbiorcami?

1. Bieg do 2π

Gra *Bieg do* 2π daje możliwość powtórzenia i usystematyzowania wiadomości z trygonometrii. Zadania, które rozwiązują grający, dotyczą:

- definicji funkcji trygonometrycznych kąta ostrego i kąta dowolnego,
- wzorów redukcyjnych,
- równań trygonometrycznych,
- wzorów i tożsamości trygonometrycznych,
- własności funkcji trygonometrycznych (np. *zbiór wartości, parzystość i nieparzystość, miejsca zerowe, okresowość, asymptoty wykresu*),
- wzoru na współczynnik kierunkowy prostej ($\alpha = \mathrm{tg}\ \alpha$).

Plansza, na której miary podstawowych kątów z przedziału $<0; 2\pi>$ podane są w mierze stopniowej i łukowej, sprzyja wykształceniu umiejętności swobodnego operowania stopniami i radianami. Przy rozwiązywaniu prostych równań trygonometrycznych, grający ograniczają się tylko do rozwiązań z przedziału $<0; 2\pi>$ oraz dążą do wskazania takiego rozwiązania, które znajduje się najbliżej pola 2π.

Gra w pełnej wersji adresowana jest do uczniów szkół ponadgimnazjalnych realizujących matematykę na poziomie rozszerzonym. Przy odpowiedniej redukcji kart możliwe jest również jej wykorzystanie na lekcjach w klasach o poziomie podstawowym.

Zestaw do gry zawiera:

- Planszę ilustrującą I i IV ćwiartkę układu współrzędnych. Grający poruszają się pionkiem wzdłuż dodatniego zwrotu osi OX i między polem START a polem META mają do pokonania 49 pól.
- Talię 96 kart podzielonych na 4 grupy różniące się kolorem i typem zadań do wykonania. Wśród nich są karty czerwone (*24 sztuki*), niebieskie (*24 sztuki*), białe (*36 sztuk*) oraz zielone (*12 sztuk*).

Zasady gry:

1. W grze uczestniczą 2–4 osoby.
2. Uczestnicy gry przesuwają swój pionek o tyle miejsc, ile oczek wypadnie na kostce.
3. Karty raz wykorzystane nie trafiają z powrotem do gry.
4. Jeżeli pionek trafi na pole:

Kolor pola	***Instrukcja postępowania***
białe	*Gracz losuje białą kartę, rozwiązuje znajdujące się na niej równanie trygonometryczne, a następnie przesuwa swój pionek na pole białe z wybranym przez siebie rozwiązaniem równania trygonometrycznego (gracz wybiera takie rozwiązanie z przedziału* $<0; 2\pi>$*, które jest jego zdaniem najkorzystniejsze).*
czerwone	*Gracz losuje czerwoną kartę i znajdujący się na niej znak „?” uzupełnia odpowiednią wartością z osi OY. Na planszy, przy otrzymanej wartości (na osi OY) znajduje wskazówkę, na którym polu z osi OX należy ustawić pionek.*

Kolor pola	*Instrukcja postępowania*
niebieskie	*Gracz losuje niebieską kartę i ocenia wartość logiczną zapisanego na karcie zdania. Jeżeli zdanie jest prawdziwe – przesuwa swój pionek o jedno pole do przodu, w przeciwnym razie – cofa się o jedno pole.*
zielone	*Gracz losuje zieloną kartę i wyznacza miarę kąta oznaczonego na karcie znakiem „?”. Następnie przesuwa swój pionek na pole białe, na którym znajduje się odpowiedź.*
żółte	*Gracz nie rozwiązuje żadnego zadania. Otrzymuje on premię w postaci prawa do dodatkowego rzutu kostką.*

5. Wygrywa ten, kto pierwszy pokona dystans między polem START a polem META, lub po wyczerpaniu kart znajduje się najbliżej tego pola.
6. Przy dojściu do pola META obowiązuje zasada odbicia.

Omawiając grę, która ma w swojej nazwie liczbę najbardziej znaną w historii, najczęściej cytowaną, nie sposób nie wspomnieć o jej tajemnicach, historycznych korzeniach oraz naukowcach, którzy byli nią zafascynowani. Żadna inna liczba na wzbudzała na przestrzeni wieków takiego zainteresowania i takich kontrowersji.

Wzmianka o liczbie π pojawia się już w Biblii w przepisie na konstrukcję okrągłego ołtarza. Na początku jej wartość określana była jako 3. Na przestrzeni wieków używano różnych przybliżeń liczby π. Naukowcy toczyli też fascynujący, noszący znamiona absurdu i obsesji bój o podanie największej liczby cyfr w rozwinięciu dziesiętnym liczby π. Niemiec Ludolphie von Ceulenie (1540–1610), ogarnięty prawdziwą obsesją na punkcie liczby π, najpierw w 1596 roku obliczył 20, a później 30 poprawnych cyfr z rozwinięcia π. Warto ten wynik przytoczyć.

$$\pi \approx \mathbf{3{,}141592653589793238462643383279502 88...}$$

Sława Ludolphie von Ceulena była tak wielka, że w wielu krajach liczbę π znano pod nazwą ludolfina. U samego von Ceulena wzbudziła ona tak silne emocje, że zażądał, by na jego grobie wyryto obliczone przez niego cyfry. Podczas II wojny światowej grób został doszczętnie zniszczony. W dowód uznania wytrwałości von Ceulena, odbudowano go w 2000 roku. Nowy rekord – 39 cyfr padł w 1630 roku, a jego autorem był Christoph Grienberger (1561–1636). Potomność pośmiertnie uznała jego zasługi, nazywając jego nazwiskiem jeden z kraterów na Księżycu.

Oczywiście wyścig ten trwa do dziś. W 1949 roku do obliczenia pierwszych 2037 cyfr magicznej liczby użyto maszyny ENIAC (Eletronic Numerical Integrator And Computer), która potrzebowała na to 70 godzin. W 1973 roku przekroczona została granica wyznaczenia miliona, a w 1989 roku – miliarda cyfr .Pod koniec 2002 roku grupa Japończyków pod kierownictwem Yasuamasy Kanady przesunęła tę granice jeszcze dalej, przekraczając niewyobrażalną liczbę biliona cyfr. W 2010 roku Fabrice Bellard wyznaczył liczbę π z dokładnością do ponad 2,5 biliona cyfr po przecinku. Postęp w tej dziedzinie wydaje się nie do powstrzymania, choć matematyków ten temat już nie pasjonuje tak jak kiedyś.

Symbol π cieszył się sławą w każdej epoce. Początkowo jednak liczba π nie nazywała się wcale „pi”. Oficjalne przyjęcie tej nazwy nastąpiło w 1706 roku przez Williama Jonesa z motywacją, że jest to pierwsza litera greckiego słowa „peryferia”, co oznacza po prostu obwód. Z pobudek czysto nacjonalistycznych w XX-wiecznym Egipcie stosowano arabską literę „ta” zamiast π. Dziś w matematyce grecka litera π oznacza przede wszystkim stałą, ale to nie jest jedyne znaczenie tego symbolu. Na przykład, funkcję, która każdej liczbie naturalnej x przyporządkowuje liczbę liczb pierwszych niewiększych od x, opisuje się standardowo symbolem $\pi(x)$.