

Norbert Dróbka
Karol Szymański

Matematyka dla gimnazjalistów

Zbiór zadań

Wydanie drugie zmienione
Zgodne z *Podstawą programową* obowiązującą od 2009 r.

Opole 2009

Od Autorów

Niniejszy *Zbiór zadań z matematyki* jest dostosowany do *Podstawy Programowej Kształcenia Ogólnego dla szkół podstawowych i gimnazjów* obowiązującej od 2009 r. W związku z tym może z niego korzystać każdy gimnazjalista, niezależnie od tego jaki program nauczania ma- tematyki jest realizowany w jego gimnazjum.

W *Zbiorze* zamieściliśmy ponad 1370 zadań różnego stopnia trudności, poczynając od zadań bardzo łatwych i łatwych, a kończąc na zadaniach trudnych i bardzo trudnych. Wszystkie zadania *Zbioru* zostały pogrupowane tematycznie w rozdziałach i w paragrafach. Aby ułatwić korzystanie ze *Zbioru*, wyróżniliśmy w nim dwie kategorie zadań. Zadania należące do określonej kategorii zostały oznaczone odpowiednim symbolem. Mianowicie:



(żarówka) – oznacza zadanie o podwyższonym stopniu trudności, którego rozwiązanie wymaga pewnej pomysłowości,



(gwiazdka) – oznacza zadanie trudne lub bardzo trudne.

Oprócz tego symbolem **P** wyróżniliśmy zadania dotyczące treści znajdujących się w *Podstawie Programowej* z 2007 roku i nie będących w *Podstawie Programowej* obowiązującej od września 2009 roku.

Po ostatnim paragrafie z zadaniami zamieściliśmy odpowiedzi do większości zadań i wskazówki do zadań trudniejszych.

Na końcu *Zbioru* znajduje się 14 testów sprawdzających i odpowiedzi do tych testów. W naszym zamierzeniu testy mają pomagać uczniom gimnazjum w samoocenie stopnia opanowania materiału z matematyki.

Zbiór może być przydatny na zwykłych lekcjach matematyki, ale może być też pomocny w innych sytuacjach. Na przykład w przygotowaniu się do zdawania *Egzaminu gimnazjalnego* po III klasie gimnazjum, a nawet w przygotowaniu się do udziału w konkursie matematycznym.

Będziemy wdzięczni za wszelkie uwagi i propozycje dotyczące *Zbioru*. Prosimy przesyłać je na adres wydawnictwa NOWIK.

Życzymy powodzenia

Autorzy

Liczby wymierne

3. Liczby wymierne i działania na nich

3.1. Wśród liczb: 5 ; -12 ; $\frac{1}{2}$; $-\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; -4 ; $5\frac{7}{8}$; 10 ; $-7,003$ wskaż:

a) liczby naturalne; b) liczby całkowite; c) liczby wymierne.

3.2. Podane ułamki podziel na grupy, tak aby ułamki należące do jednej grupy przedstawiały tę samą liczbę wymierną: $0,75$; $\frac{6}{8}$; $0,2$; $-\frac{49}{56}$; $\frac{-15}{-20}$; $\frac{7}{35}$; $\frac{-13}{-65}$; $\frac{-91}{104}$; $-\frac{14}{16}$.

3.3. Które z następujących zdań są prawdziwe?

- a) Każda liczba naturalna jest liczbą całkowitą.
 b) Niektóre liczby całkowite nie są liczbami naturalnymi.
 c) Każda liczba całkowita jest liczbą wymierną.
 d) 0 nie jest liczbą wymierną.

3.4. Na osi liczbowej znajdź punkty odpowiadające liczbom:

$$-\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; -2; 1\frac{1}{2}; -\frac{5}{6}; 2\frac{1}{6}.$$

3.5. Na osi liczbowej znajdujemy punkty odpowiadające liczbom:

$$-2\frac{1}{2}; \frac{26}{39}; \frac{-15}{-12}; \frac{16}{-20}; 1\frac{16}{64}; \frac{-35}{14}; \frac{2}{5}; 3\frac{1}{3}; \frac{2}{3}. \text{ Ile różnych punktów otrzymamy?}$$

3.6. Oblicz:

a) $\frac{(-2) \cdot (-2) + (-6) : 2 - 2 - 3 + 4}{9 - 7 + 5 - 3};$

b) $\frac{(-1,5 + 4 - 2,5) \cdot (-6) + 5 - 7 + 9}{(0,3 \cdot 2 + 0,3 - 0,2) \cdot 2 - 0,4 + 2 \cdot (-2) + 4};$

c) $\frac{2 \cdot (-4) - 6 : (-2) - 1 + 2 \cdot (-3) + 15}{2 \cdot (-1) + 5};$

d) $\frac{(1 - 3 + 5 - 9) : (-2) - 2}{(-2) \cdot (-3) + (-7) \cdot (-1,2 + 2,5 - 1,3)}.$

3.7. Na osi liczbowej znajdź odległości między punktami odpowiadającymi liczbom:

a) $0,2$ i $-0,7$; c) $-1,2$ i $5,8$; e) $\frac{3}{4}$ i $7\frac{5}{8}$;

b) $-\frac{1}{3}$ i $-\frac{1}{4}$; d) 0 i $-2\frac{1}{2}$; f) $-15\frac{1}{5}$ i $836\frac{1}{6}$.

3.8. Podaj 5 liczb wymiernych spełniających nierówność:

a) $|x| < 1$; b) $|x| \geq 2$; c) $|x - 1| \leq 3$; d) $|x + 1| > 1$.

3.9. Każdy z podanych ułamków zamień na ułamek dziesiętny:

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{-5}{8}, \frac{7}{16}, \frac{3}{20}, \frac{-7}{40}, \frac{-13}{50}, \frac{24}{75}, \frac{41}{400}, \frac{-19}{200}.$$

3.10. Każdy z podanych ułamków przedstaw w postaci nieskracalnego ułamka zwykłego: 0,2; -0,24; 0,155; 0,008; -0,2005; 0,312; -0,00016.

3.11. Podczas wakacji należy odnowić trawnik o wymiarach $163 \text{ m} \times 95 \text{ m}$ na placu sportowym przy szkole. Ogrodnik chce otrzymać 38 gr za 1 m^2 trawnika. Szkoła przeznaczyła na odnowienie trawnika 5000 zł. Ile złotych za 1 m^2 trawnika może zaoferować ogrodnikowi szkoła?

3.12. Okrąg podzielono na 360 jednakowych części. Jedna część odpowiada kątowi środkowemu 1° . Ilu stopniom odpowiada:

a) $\frac{8}{15}$; b) $\frac{17}{24}$; c) $\frac{2}{3}$; d) $\frac{5}{8}$; e) $\frac{5}{6}$; f) $\frac{11}{12}$.

okręgu?

3.13. Znajdź brakujące składniki sumy:

a)

$$\begin{array}{r} 16,45 \\ 4,5 \\ 8,004 \\ + \boxed{} \\ \hline 105,081 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} 0,4 \\ \boxed{} \\ 207,84 \\ + 8,05 \\ \hline 226,289 \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{r} 9,02 \\ 204,807 \\ \boxed{} \\ + 1,8 \\ \hline 295,897 \end{array}$$

3.14. Oblicz:

a) $\frac{45 \frac{10}{63} - 44 \frac{25}{84}}{\frac{3}{4} - \left(2 \frac{1}{3} - 1 \frac{1}{9}\right)} : 4$;

b) $\frac{3 + 4,2 : 0,1}{\left(2 \frac{1}{3} - 1 : 0,3\right) : 0,3125}$;

c) $\frac{\left(19 \frac{1}{6} + 43,75\right) : \frac{5}{6} + \left(23 \frac{3}{7} - 26,8\right) : \frac{6}{35}}{\left(13,3 - 11 \frac{1}{2}\right) : 1,8} + \frac{6}{0,5}$;

d) $\frac{8 \cdot 4,25 - \left[11,2 : 9 \frac{1}{3} + \left(-2 \frac{1}{3}\right) : \frac{5}{3}\right]}{14 : 2 \frac{2}{9} + 8,4 \cdot 1 \frac{2}{7}}$;

e) $\frac{\frac{2}{29} \cdot 5,8 - 13,6 : \left(-4 \frac{1}{4}\right)}{27,5 \cdot \left(-344 \frac{1}{4} + 336,25\right)} \cdot (-4,4)$;

f) $\frac{-2,5 - 8,3 : \left(1,875 + \frac{1}{8}\right)}{13,625 + 5 \frac{5}{42} \cdot \left(-1 \frac{1}{6} - \frac{7}{12}\right)} \cdot \left(-4 \frac{2}{3}\right)$.

3.15. Pies goni zająca z prędkością 17 m/s, a zając ucieka z prędkością 14 m/s. Pogoń zaczęła się w chwili, gdy odległość między nimi wynosiła 180 m i gdy zając był oddalony o 600 m od lasu, w którym mógł się skryć. Czy pies dogoni zająca, nim ten zdąży się ukryć w lesie?

- 3.16.** Pociąg pospieszny jadący z prędkością 120 km/h minął się z pociągiem osobowym, który jechał w przeciwną stronę z prędkością 60 km/h. Pasażer pociągu osobowego zauważył, że pociąg pospieszny minął go w ciągu 5 sekund. Jaką długość miał pociąg pospieszny?
- 3.17.** Korzystając z odpowiednich związków między liczbami w działaniach, rozwiąż równanie:
- a) $\frac{1}{3}x + 0,5 = \frac{3}{7}$; c) $3\frac{3}{4} - \frac{4}{7}x = 5,35$;
- b) $1,2x - \frac{5}{6} = 2,5$; d) $2\frac{1}{2} \cdot \left(3x + \frac{5}{8}\right) = 0,9375$.
- 3.18.** Dwaj chłopcy dzielili między siebie cukierki. Pierwszy wziął $\frac{1}{3}$ wszystkich cukierków i 3 cukierki. Drugi $\frac{1}{3}$ pozostałych i 6 ostatnich cukierków. Ile cukierków było do podziału? Czy podział był sprawiedliwy?
- 3.19.** Samochód jechał z miejscowości A do miejscowości B z prędkością 90 km/h. Natomiast z B do A jechał z prędkością 70 km/h. Jaka była średnia prędkość samochodu na całej trasie z A do B i z B do A?
- ★ **3.20.** Samochód przebył drogę z miasta A do miasta B. $\frac{2}{3}$ drogi jechał z prędkością 80 km/h, a pozostałą część drogi — z prędkością 60 km/h. Jaka była średnia prędkość samochodu na całej trasie?

4. Rozwinięcia dziesiętne liczb wymiernych

- 4.1.** Nie wykonując dzielenia licznika przez mianownik, rozszerz każdy z podanych ułamków tak, aby otrzymać ułamek o mianowniku 10^n , $n \in \mathbb{N}$:
- a) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{7}{8}$; e) $\frac{9}{16}$; g) $\frac{11}{40}$; i) $\frac{9}{125}$;
- b) $\frac{3}{4}$; d) $\frac{5}{16}$; f) $\frac{7}{25}$; h) $\frac{13}{80}$; j) $\frac{121}{200}$.
- 4.2.** Każdy z podanych ułamków rozszerz do ułamka o mianowniku 10^n , $n \in \mathbb{N}$:
- a) $\frac{7}{5}$; c) $\frac{87}{16}$; e) $\frac{79}{80}$; g) $\frac{857}{500}$; i) $\frac{351}{1250}$;
- b) $\frac{41}{25}$; d) $\frac{124}{125}$; f) $\frac{123}{250}$; h) $\frac{399}{400}$; j) $\frac{9}{32}$.
- 4.3.** Napisz rozwinięcie dziesiętne ułamków: $\frac{5}{7}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{19}{15}$; $\frac{35}{11}$; $\frac{31}{12}$; $\frac{87}{205}$; $\frac{15}{37}$; $\frac{47}{65}$; $\frac{19}{48}$; $\frac{412}{600}$; $\frac{63}{88}$. Ile cyfr ma okres każdego z tych rozwinięć?

Testy sprawdzające

Ta część zbioru zawiera 14 testów sprawdzających, z których 12 jest związanych z kolejnymi rozdziałami zbioru, a dwa pozostałe obejmują cały materiał nauczania matematyki w gimnazjum.

Numery testów są zapisane przy użyciu cyfr rzymskich, przy czym w przypadku testów I – XII numer testu jest jednocześnie numerem rozdziału, którego ten test dotyczy.

W każdym zadaniu testowym są 4 odpowiedzi do wyboru, wśród których tylko jedna odpowiedź jest prawdziwa.

Rozwiązuj każdy test samodzielnie i nie zaglądaj do odpowiedzi. Zajrzyj do nich dopiero wtedy, gdy rozwiążesz wszystkie zadania danego testu. Wówczas sprawdzisz, które zadania dobrze rozwiązałeś.

Test I

- Wśród liczb: $5\frac{1}{3}$; -4 ; $\frac{15}{5}$; 6 ; $\frac{0}{-3}$; $\frac{1}{2}$; 111 należy wskazać **wszystkie** te liczby, które są liczbami całkowitymi. Te liczby to:

A. 6 i 111;	C. $-4, 5\frac{1}{3}$ i 6;
B. $-4, 6$ i 111;	D. $\frac{0}{-3}, 6, -4, 111$ i $\frac{15}{5}$.
- O **każdej** liczbie całkowitej m podzielnej przez 9 możemy powiedzieć, że:

A. m jest liczbą nieparzystą;
B. suma cyfr liczby m jest podzielna przez 3;
C. reszta z dzielenia liczby m przez 2 jest równa 1;
D. m jest podzielna przez 18.
- Ile jest liczb pierwszych wśród liczb naturalnych od 1 do 31 włącznie?

A. 10;	B. 13;	C. 12;	D. 11.
--------	--------	--------	--------
- Wartość wyrażenia $(-5) - (-8) + (+4) + (-10)$ jest równa liczbie:

A. -19 ;	B. $+1$;	C. -3 ;	D. 15.
------------	-----------	-----------	--------
- Wartością wyrażenia $[(5 \cdot (-3) - (-4) \cdot (-1) + 12 : (-3)) : (-23)]$ jest liczba:

A. 1;	B. $\frac{15}{23}$;	C. -1 ;	D. 0.
-------	----------------------	-----------	-------

Spis treści

Od Autorów	3
I. Liczby i działania	5
1. Liczby naturalne i całkowite	5
2. Ułamki	9
II. Liczby wymierne	20
3. Liczby wymierne i działania na nich	20
4. Rozwinięcia dziesiętne liczb wymiernych	22
5. System rzymski zapisywania liczb	25
III. Potęgi i pierwiastki	28
6. Potęga o wykładniku całkowitym	28
7. Pierwiastki	37
8. Przybliżenia liczbowe	41
IV. Procenty	45
9. Obliczenia procentowe	45
10. Praktyczne zastosowanie procentów	52
V. Wyrażenia algebraiczne	58
11. Jednomiany i sumy algebraiczne	58
12. Mnożenie sum algebraicznych	66
13. Przedstawianie sum algebraicznych w postaci iloczynu	69
VI. Równania i nierówności	73
14. Równania i nierówności liniowe z jedną niewiadomą	73
15. Zadania tekstowe	80
VII. Elementy nauki o funkcjach	88
16. Prostokątny układ współrzędnych na płaszczyźnie	88
17. Funkcja i jej wykres	95
18. Proporcjonalność prosta i odwrotna	107

VIII. Układy równań liniowych	115
19. Układy równań liniowych	115
20. Zadania tekstowe	119
IX. Elementy statystyki	123
21. Opracowywanie danych	123
22. Doświadczenia losowe	130
X. Figury geometryczne na płaszczyźnie	133
23. Podstawowe figury geometryczne	133
24. Przystawianie trójkątów, konstrukcje geometryczne	139
25. Czworokąty	144
26. Kąty w kole	148
27. Figury symetryczne względem prostej lub względem punktu	154
28. Figury podobne	162
XI. Związki miarowe na płaszczyźnie	168
29. Pola wielokątów	168
30. Twierdzenie Pitagorasa	174
31. Związki miarowe w trójkącie prostokątnym, w którym jeden z kątów ma 30° lub 45°	181
32. Długość okręgu, pole koła	184
XII. Figury geometryczne w przestrzeni	190
33. Graniastosłupy i ostrosłupy	190
34. Pola powierzchni, objętości graniastosłupów i ostrosłupów	192
35. Bryły obrotowe	196
Odpowiedzi i wskazówki	201
Testy sprawdzające.	249
Odpowiedzi do testów	281